

Valószínűségszámítás II

7.Szem. Statisztikai próbák

1. Az alábbi minta 5 egyforma képességűnek feltételezett sportoló súlylökésben elért eredményeit tartalmazza. Feltételezzük, hogy az adatok normális eloszlásból származnak. Az első dobás előtt az edző átlagosan 17 métert jósolt, ezt a klub igazgatója kétségbe vonta. Úgy döntött, hogy csak akkor hosszaitja meg az edző szerződését, ha a $H_0 : m=17$ hipotézis 0.05 szignifikanciaszint mellett elfogadható, a $H_1 : m < 17$ alternatívával szemben.

- Hogyan döntött az igazgató, ha tapasztalatok alapján a dobások szórása 2 ?
- Milyen lett volna a döntés, ha nem tekinti a szórást ismertnek?
- Az igazgató még egy esélyt adott az edzőnek: még egyszer dobhattak. Segített-e az újabb kísérlet?

első	14,8	12,2	16,8	17,1	16,1
második	18	12,1	17,2	17,7	17

2. Az X jellemzőre egy $n = 24$ elemű mintavételt végeztünk, az eredmény

3.59	4.27	2.83	2.28	3.69	2.81	3.16	3.03	3.65	3.84	4.32	3.21
3.20	3.32	3.82	3.27	3.77	3.56	3.29	4.08	2.97	3.29	3.78	3.58

Tudva, hogy X normális eloszlású $N(m, \sigma)$, $\sigma = \sqrt{D^2(X)} = 0.5$, határozza meg:

- az $m = E(X)$ -re vonatkozóan a konfidenciaintervallumot, ha $\alpha = 0.05$,
- a nullhipotézis elfogadhatóságát, ha $H_0 : m = 3.5$, $H_1 : m \neq 3.5$, $H_1 : m < 3.5$, $H_1 : m > 3.5$, $\alpha = 0.01$,
- az előbbi tesztek erősségét, ha $m = 3.4, 3.5, 3.6, 3.7$,
- az n optimális értékét, ha $H_1 : m = 3.7$ és a másodrendű kockázat $\beta = 0.05$.

3. Adott az X normális eloszlású $N(m, \sigma)$, $m \in \mathbf{R}$ és $\sigma > 0$ ismeretlen és 28 mintavételi adat:

350.0	349.7	351.4	351.8	346.9	347.0	348.1	352.5	352.8	349.9
351.4	349.6	349.2	345.9	349.7	349.2	350.5	348.3	349.2	352.6
352.8	349.1	351.0	348.7	349.6	349.6	353.9	351.1		

- Határozzon meg egy konfidencia intervallumot $m = E(X)$ -re, ha $1 - \alpha = 0.95$,
- Ellenőrizze a $H_0 : m = 349.5$ nullhipotézist, ha $H_1 : m \neq 349.5$, $H_1 : m > 349.5$, $H_1 : m < 349.5$, és a konfidenciaszint $\alpha = 0.02$,
- A b) pont próbáinak erősségét, ha $m = 348, 349, 350, 351$,
- A minta optimális méretét, ha $H_1 : m = 350$ és a másodrendű kockázat $\beta = 0.06$

4. Két konzervgép pontosságát mérjük súly szempontjából. Legyen X' az első gépen készült konzerv súlya illetve X'' a másodikon készültnek a súlya. A mérés eredményei:

X'	:	1021	980	988	1017	1005	998	1014	985	995	1004	1030
		1015	995	1023	1008	1013						
X''	:	1003	988	993	1013	1006	1002	1014	997	1002	1010	975

- Ha tározzon meg egy konfidenciaintervallumot a $\frac{\sigma'}{\sigma''} = \frac{\sqrt{D^2(X')}}{\sqrt{D^2(X'')}}$ -ra, ha $\alpha = 0.05$!
- Ha a konfidenciaszint $\alpha = 0.05$, ellenőrizze a $H_0 : \sigma' = \sigma''$ hipotézist, mindenik alternatív hipotézisre
($H_1 : \sigma' \neq \sigma''$, $H_1 : \sigma' > \sigma''$, $H_1 : \sigma' < \sigma''$).

5. Egy véletlen számokat tartalmazó táblázatból legyen 60 kéthjegyű szám

13	89	65	97	75	97	73	38	66	11	26	95	75	34	86
48	39	66	07	11	56	50	29	95	85	20	77	02	37	39
37	00	55	27	01	43	47	44	00	95	01	78	85	82	10
40	77	12	94	37	75	11	22	47	47	57	14	45	23	26

Felhasználva a $\alpha = 0.01$ szignifikanciaszintet ellenőrizze ezeknek a számoknak a véletlen voltát!

6. A C sokaságot az X jellemző szempontjából vizsgáljuk, mely $N(0; \sigma)$ eloszlású, $\sigma > 0$ ismeretlen. Legyen $H_0 : \sigma = \sigma_0$ a nullhipotézis és $H_1 : \sigma = \sigma_1 \neq \sigma_0$ az alternatív hipotézis.

- A Neyman-Pearson lemmával határozza meg a legerősebb statisztikai próbát!
- Mennyi a teszt erőssége?
- Ha tározza meg a minta optimális méretét!

7. Ha X Poisson eloszlású $\lambda > 0$ ismeretlen paraméterrel határozza meg a legerősebb tesztet, ha a nullhipotézis $H_0 : \lambda = \lambda_0$ és az alternatív hipotézis $H_1 : \lambda = \lambda_1 \neq \lambda_0$.

8. Legyen X normális eloszlású $N(m, \sigma)$ $m \in \mathbf{R}$ és $\sigma > 0$ ismeretlen. Határozza meg a hihetőségi arány próbáját, ha a nullhipotézis $H_0 : (m \in \mathbf{R}, \sigma = \sigma_0)$ és az alternatív hipotézis $H_1 : (m \in \mathbf{R}, \sigma \neq \sigma_0)$!

9. 500 különböző osztály, mindenik 30 diákból áll, mindenikében feljegyezték a szintévesztők számát. Az alábbi táblázat az egyes értékek gyakoriságát tartalmazza

érték	0	1	2	3
gyakoriságok	408	48	30	14

Tekinthető-e ez a minta binomiális eloszlásúnak?

10. Az alábbi táblázat azt adja, hogy egy programozó évfolyamról milyen osztályzatokat kaptak a hallgatók aszerint csoportosítva, hogy sportolnak-e rendszeresen. 0.05 szignifikanciaszint esetén adjuk meg, hogy függnek-e a statisztika jegyek a sportolástól:

jegy	5	6	7	8	9	10
nem sportol	50	25	10	10	25	20
sportol	10	10	5	10	15	10